

School of Sciences  
The University of the Thai Chamber of Commerce  
Program: Master in Financial Mathematics  
Subject: SM513 Investment Theory  
Semester: First Academic Year: 2017  
Problem Set 11

---

- 1) สมมติว่า ราคาของหลักทรัพย์  $S$  เป็นไปตามกระบวนการ geometric Brownian motion ดังต่อไปนี้

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz \quad (1)$$

จงแสดงว่า  $y(t) = \ln S(t)$  มีการกระจายตัวแบบปกติ (normal distributed) ที่มีค่าความคาดหวัง (expectation) เท่ากับ  $\ln S_0 + (\mu - \frac{\sigma^2}{2})t$  และมีความผันผวน (variance) เท่ากับ  $\sigma^2 t$

- 2) พิจารณา stochastic processes ต่อไปนี้

$$dx_1 = \mu_1 x_1 dt + \sigma_1 x_1 dz_1$$

$$dx_2 = \mu_2 x_2 dt + \sigma_2 x_2 dz_2$$

โดยที่  $E[dz_1 dz_2] = \rho dt$

จงตรวจสอบว่าฟังก์ชัน  $G = x_1 x_2$  เป็น stochastic process แบบ geometric Brownian motion หรือไม่