

School of Sciences  
The University of the Thai Chamber of Commerce  
Program: Master in Financial Mathematics  
Subject: SM513 Investment Theory  
Semester: First Academic Year: 2017  
Problem Set 12

---

- 1) พิจารณาหลักทรัพย์พื้นฐานที่มี stochastic processes ดังต่อไปนี้

$$dS = \mu S^2 dt + \sigma S^2 dz$$

กำหนดให้ราคาของอนุพันธ์ (derivative) บนหลักทรัพย์พื้นฐานนี้มีค่าเท่ากับฟังก์ชัน  $f(S, t)$  และสามารถสร้าง portfolio ของการซื้อขายระหว่าง อนุพันธ์ (f) และ หลักทรัพย์ (S) คือ

- (a) สมมติว่า เราขายอนุพันธ์ 1 หน่วย และซื้อหลักทรัพย์พื้นฐาน  $\Delta$  หน่วย ดังนั้น มูลค่าของกลุ่มหลักทรัพย์มีค่าเท่ากับ

$$\Pi = -f + \Delta S \quad (1)$$

จงสร้างกลุ่มหลักทรัพย์ที่ไม่มีความเสี่ยง (risk-free portfolio) จาก หลักทรัพย์พื้นฐาน และอนุพันธ์ที่กำหนดให้ โดยหาค่าของ  $\Delta$  ที่ทำให้กลุ่มหลักทรัพย์ไม่มีความเสี่ยง

- (b) กำหนดให้  $r$  คืออัตราดอกเบี้ยไม่มีความเสี่ยง (risk free rate) จงใช้เงื่อนไขของ no-arbitrage ( $d\Pi = r\Pi dt$ ) หาสมการอนุพันธ์ (partial differential equation: PDE) สำหรับราคาของอนุพันธ์ (derivative)

- 2) พิจารณาหลักทรัพย์พื้นฐานที่มี stochastic process ดังต่อไปนี้

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz \quad (2)$$

จงตรวจสอบอนุพันธ์ที่มีราคาเท่ากับ  $f = \frac{e^{(\sigma^2 - 2r)(T-t)}}{S}$  โดยที่  $r$  คืออัตราดอกเบี้ยไม่มีความเสี่ยง (risk free rate) เป็นอนุพันธ์ที่ควรจะมีการซื้อขายในตลาด (tradable derivatives) หรือไม่

3) กำหนดให้ราคาของ European call option ที่ไม่มีการจ่ายปันผล มีค่าเท่ากับ \$2.5 โดยที่ราคาหลักทรัพย์พื้นฐานเท่ากับ \$15, strike price เท่ากับ \$13, time to maturity เท่ากับ 3 เดือน, และอัตราดอกเบี้ยไม่มีความเสี่ยง (risk free rate) เท่ากับ 5% จงหาค่าของ implied volatility?