

School of Sciences
The University of the Thai Chamber of Commerce
Program: Master in Financial Mathematics
Subject: SM512 Statistical Theory
Semester: First Academic Year: 2019
Problem Set 3

1) กำหนดให้กล่องใบหนึ่ง มีลูกบอลสีแดง r ลูก และสีฟ้า b ลูก สมมติให้นักศึกษาสุ่มหยิบลูกบอล และดูว่าได้ลูกบอลสีอะไร เมื่อดูแล้วให้ใส่กลับที่เดิมและเพิ่มลูกบอลตามสีที่หยิบได้ k ลูก แล้วหยิบครั้งที่ 2, 3 และ 4 ทำซ้ำเหมือนครั้งแรก จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบลูกบอลทั้งสี่ครั้งแล้วได้สีแดงได้ 3 ครั้งแรกและสีฟ้าในครั้งที่ 4

2) ในการตรวจสอบคุณภาพของสินค้าที่ผลิตจากเครื่องจักรทั้งหมด 3 เครื่อง คือ M_1, M_2 และ M_3 ซึ่งเครื่องจักรแต่ละเครื่องผลิตสินค้าเป็น 20%, 30% และ 50% ของการผลิตทั้งหมด ซึ่งแต่ละเครื่องนั้นมีสินค้าที่ไม่ผ่านคุณภาพเป็น 1%, 2% และ 3% ของผลผลิตของแต่ละเครื่องจักร จงหาความน่าจะเป็นที่สินค้าที่ไม่ผ่านคุณภาพเป็นสินค้าที่ผลิตจากเครื่องจักร M_2 นั่นคือหาค่า $Pr(M_2 | \text{สินค้าไม่ผ่านคุณภาพ})$

3) สมมติให้

$$f(x, y) = \begin{cases} c(x^2 + y) & \text{for } 0 \leq y \leq 1 - x^2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

(a) จงหาค่าคงที่มาตรฐาน (normalizing constant) c ที่ทำให้ฟังก์ชันนี้เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นร่วม (joint p.d.f.) ของตัวแปรสุ่ม X และ Y

(b) จงหา $Pr(0 \leq X \leq \frac{1}{2})$

4) สมมติให้ฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วม (joint P.D.F.) ของตัวแปรสุ่ม X และ Y คือ

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y(x-y)}{384} & \text{for } 2 < x - y < 10, 0 < y < 4 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

(a) จงหาฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นตามขอบ (marginal p.d.f.) ของตัวแปรสุ่ม X ($f_1(x)$)

(b) จงหาฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นตามขอบ (marginal p.d.f.) ของตัวแปรสุ่ม Y ($f_2(y)$)

(c) จงหาว่าตัวแปรสุ่ม X และ Y เป็นอิสระต่อกัน (independent) หรือไม่

5) จากข้อมูลใน "Hw3_dataset.csv" มีรายละเอียดข้อมูลของกองทุนดังนี้

- ชื่อกองทุน
- ประเภทของกองทุน ประกอบด้วย
 - Equity คือประเภทของกองทุนที่ลงทุนในตราสารทุน
 - Fixed คือประเภทของกองทุนที่ลงทุนในตราสารหนี้และเงินฝาก
 - Mixed คือประเภทของกองทุนที่ลงทุนในตราสารทุนและตราสารหนี้ผสมกัน
 - Other คือประเภทของกองทุนที่ลงทุนในตราสารประเภทอื่นๆ
- นโยบายการลงทุน ประกอบด้วย
 - global คือ นโยบายการลงทุนของกองทุนที่ลงทุนในต่างประเทศ
 - local คือ นโยบายการลงทุนของกองทุนที่ลงทุนในประเทศ

ตารางที่ 1: ตัวอย่างข้อมูลใน ไฟล์ "Hw3_dataset.csv"

ชื่อกองทุน	ประเภทของกองทุน	นโยบายการลงทุน
HI-DIV	Equity	local
SSB	Mixed	local
SF5	Equity	local
TNP	Equity	local
KPLUS	Equity	local

ให้นักศึกษาใช้ข้อมูลดังกล่าวเพื่อตอบคำถามต่อไปนี้

(a) จงหาว่ามีจำนวนกองทุนทั้งหมดที่อยู่ในข้อมูลชุดนี้กี่กองทุน และสร้างตารางแสดงสัดส่วนกองทุนเมื่อเทียบกับกองทุนทั้งหมด โดยแบ่งตามนโยบายการลงทุน และประเภทของการลงทุน ที่สอดคล้องกับตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 2: ตัวอย่างตารางที่แบ่งตามนโยบายการลงทุน และ ประเภทของการลงทุน

		ประเภทของกองทุน			
		equity	fixed	mixed	other
นโยบายการลงทุน	global				
	local				

- (b) จงหาสัดส่วนของกองทุนที่ลงทุนในตราสารทุนและมีนโยบายการลงทุนในต่างประเทศ
- (c) จงหาสัดส่วนของกองทุนที่ลงทุนในตราสารทุนเท่านั้น
- (d) จงหาสัดส่วนของกองทุนที่มีนโยบายการลงทุนในต่างประเทศเท่านั้น
- (e) จงหาสัดส่วนของกองทุนที่ลงทุนในตราสารทุน โดยพิจารณาเฉพาะกองทุนที่มี "นโยบายลงทุนในต่างประเทศ"