

School of Sciences
The University of the Thai Chamber of Commerce
Program: Master in Financial Mathematics
Subject: SM512 Statistical Theory
Semester: First Academic Year: 2019
Problem Set 4

- 1) สมมุติให้ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นร่วม (joint p.d.f.) ของตัวแปรสุ่ม X และ Y คือ

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3}{16}(4 - 2x - y) & \text{for } x > 0, y > 0, \text{ and } 2x + y < 4 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

- (a) จงหาฟังก์ชันความหนาแน่นร่วมของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข (conditional p.d.f.) ของ X ภายใต้เงื่อนไขของ Y
- (b) จงหาฟังก์ชันความหนาแน่นร่วมของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข (conditional p.d.f.) ของ Y ภายใต้เงื่อนไขของ X
- (c) จงหา $\Pr(Y > 2|X = 0.5)$

- 2) สมมุติให้ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (p.d.f.) ของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{for } x > 0 \\ 0 & \text{for } x \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

จงหาฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ของ $Y = X^{\frac{1}{2}}$

- 3) สมมุติให้ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (p.d.f.) ของตัวแปรสุ่ม X ที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐาน (standard normal distribution) คือ

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} \quad (3)$$

จงหาแสดงว่าฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (p.d.f.) ของ $Y = X^2$ คือ

$$f(x) = \frac{x^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{x}{2}}}{\sqrt{2\pi}} \quad (4)$$

ซึ่งเป็นการแจกแจงแบบ chi-square (χ^2 distribution) ที่มี degree of freedom เป็น 1