

School of Sciences
The University of the Thai Chamber of Commerce
Program: Master in Financial Mathematics
Subject: SM512 Statistical Theory
Semester: First Academic Year: 2019
Problem Set 6

1) สมมุติให้ X, Y และ Z เป็นตัวแปรสุ่มที่มีความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วม เท่ากับ $Var(X) = 1, Var(Y) = 4, Var(Z) = 8, Cov(X, Y) = 1, Cov(X, Z) = -1, Cov(Y, Z) = 2$ จงหาค่าของ

(a) $Var(X + Y + Z)$

(b) $Var(3X - Y - 2Z + 1)$

(c) $Cov(5X - Y, 4Z)$

2) จงหาฟังก์ชันก่อกำเนิดโมเมนต์ (moment generating function; m.g.f.) ของตัวแปรสุ่ม X ที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (p.d.f.) แบบเอกฐาน (uniform distribution) คือ

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{for } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

3) กำหนดให้ X เป็นตัวแปรสุ่ม ที่มีฟังก์ชันก่อกำเนิดโมเมนต์ (moment generating function; m.g.f.) คือ

$$\psi(t) = e^{t^2+3t} \quad (2)$$

(a) จงหาค่าคาดหวัง (Expectation) $E(X)$ และ ความแปรปรวน $Var(X)$

(b) ถ้าตัวแปรสุ่ม Y มีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นกับตัวแปรสุ่ม X คือ $Y = aX + b$ จงหาค่าคาดหวัง (Expectation) $E(Y)$ และ ความแปรปรวน $Var(Y)$ ของตัวแปรสุ่ม Y

4) จากข้อมูลใน "Hw6_dataset.csv" มีรายละเอียดข้อมูลของกองทุนดังนี้

- คอลัมน์ที่ 1 คือ วันที่ทำการซื้อขายกองทุน ตั้งแต่วันที่ 11/9/2017 จนถึง 11/9/2018
- คอลัมน์ที่ 2-6 คือ ผลตอบแทนรวมสุทธิรายวันของกองทุน ABSM, 1AMSET50, ABAG, BTP, CG-LTF

ให้นักศึกษาใช้ข้อมูลดังกล่าวเพื่อตอบคำถามต่อไปนี้

- (a) จงหาค่าคาดหวัง (Mean), ความแปรปรวน (Variance) และความแปรปรวนร่วม (Covariance) ของอัตราผลตอบแทนของทั้ง 5 กองทุน
- (b) จงสร้าง 20,000 กลุ่มการลงทุน (portfolio) โดยการสุ่มสัดส่วน (α_i) ของทั้ง 5 กองทุน แล้ว นำค่าคาดหวัง และ ความแปรปรวน ของแต่ละกลุ่มการลงทุน (portfolio) เพื่อวาดแผนภาพการกระจาย (scatter plot) โดยให้แกน x คือ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) และแกน y คือ ค่าคาดหวัง (Expectation)