

School of Sciences
The University of the Thai Chamber of Commerce
Program: Master in Financial Mathematics
Subject: SM512 Statistical Theory
Semester: First Academic Year: 2019
Problem Set 7

- 1) กำหนดให้ X และ Y เป็นตัวแปรสุ่มที่มีค่าคาดหวัง (Expectation) $E(X) = \mu_x, E(Y) = \mu_y$ และ ความแปรปรวน (Variance) $Var(X) = \sigma_x^2, Var(Y) = \sigma_y^2$ ตามอันดับ และมีค่าสหสัมพันธ์ (Correlation) ρ และสมมติว่า ค่าความคาดหวังแบบมีเงื่อนไข (Conditional Expectation) มีความสัมพันธ์คือแบบเชิงเส้นนั้นดังนี้ $E(Y|X) = aX + b$ จงแสดงว่า

$$E(Y|X) = \mu_y + \frac{\rho\sigma_y}{\sigma_x}(X - \mu_x) \quad (1)$$

- 2) สมมติให้ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นตามขอบ (marginal p.d.f) ของ ตัวแปรสุ่ม X คือ

$$f_1(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{for } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{for otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

และฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข (conditional p.d.f.) ของตัวแปรสุ่ม Y คือ

$$g_2(y|x) = \begin{cases} 2y & \text{for } 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{for otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

จงตอบคำถามต่อไปนี้

- (a) จงหา $E[X^2 + Y^2|X]$ และ $Var[X^2 + Y^2|X]$
- (b) จงหา $E[X^2 + Y^2]$ และ $Var[X^2 + Y^2]$
- 3) กำหนดให้ ความน่าจะเป็นของการโยนเหรียญ 1 ครั้งแล้วออกหัวมีค่าเท่ากับ p จงหาค่าความคาดหวังของจำนวนครั้งที่ต้องการเพื่อให้ได้ผลการโยนออกเป็นหัวในครั้งแรกมีค่าเท่าใด
- 4) จากข้อมูลใน "Hw7_dataset.csv" มีรายละเอียดข้อมูลของกองทุนดังนี้
- ชื่อกองทุน
 - ประเภทของกองทุน ประกอบด้วย
 - Equity คือประเภทของกองทุนที่ลงทุนในตราสารทุน

- Fixed คือประเภทของกองทุนที่ลงทุนในตราสารหนี้และเงินฝาก
 - Mixed คือประเภทของกองทุนที่ลงทุนในตราสารทุนและตราสารหนี้ผสมกัน
 - Other คือประเภทของกองทุนที่ลงทุนในตราสารประเภทอื่นๆ
- อัตราผลตอบแทน (%) ในระหว่าง 10/2018-10/2019

ให้นักศึกษาใช้ข้อมูลดังกล่าวเพื่อตอบคำถามต่อไปนี้

- (a) จงหาค่าคาดหวังและความแปรปรวนของอัตราผลตอบแทนของแต่ละประเภทของกองทุน
- (b) จงเรียงลำดับค่าคาดหวังของกองทุนแต่ละประเภทจากค่าคาดหวังที่มากที่สุดไปยังค่าคาดหวังที่น้อยที่สุด
- (c) จงคำนวณหาความแปรปรวนของอัตราผลตอบแทนของข้อมูลชุดนี้โดยใช้ กฎของความน่าจะเป็นรวมสำหรับค่าความแปรปรวน (Law of Total Probability for Variances)