

School of Sciences
The University of the Thai Chamber of Commerce
Program: Master in Financial Mathematics
Subject: SM512 Statistical Theory
Semester: First Academic Year: 2019
Problem Set 10

- 1) สมมุติว่า X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีความคาดหวังคือ 10 ($E(X) = 10$) เมื่อกำหนดให้ $Pr(x \leq 7) = 0.2$ และ $Pr(x \geq 13) = 0.3$ จงแสดงว่า $Var(X) \geq \frac{9}{2}$
- 2) สมมุติว่า X_n มีการแจกแจงแบบ Exponential ที่มีฟังก์ชันความน่าจะเป็นสะสม (c.d.f.) คือ $F(x) = e^{-nx}$ จงแสดงว่าอนุกรมของตัวแปรสุ่ม X_1, X_2, \dots, X_n ลู่เข้าสู่ 0 ($X_n \xrightarrow{P} 0$)
- 3) สมมุติว่า X_n และ Y_n มีความสัมพันธ์ คือ $X_n = X + Y_n$ เมื่อกำหนดให้ ความคาดหวังของ Y_n คือ $\frac{1}{n}$ ($E(Y_n) = \frac{1}{n}$) และความแปรปรวนของ Y_n คือ $\frac{\sigma^2}{n}$ ($Var(Y_n) = \frac{\sigma^2}{n}$) จงแสดงว่า $X_n \xrightarrow{P} X$
- 4) ตัวแปรสุ่ม X_1, \dots, X_n ที่มี ค่าคาดหวัง คือ μ และความแปรปรวน คือ σ^2 จงหาว่า ฟังก์ชันการแจกแจงของ \bar{X}_n^3
- 5) จงใช้โปรแกรมเพื่อสร้างตัวอย่างสุ่มจากฟังก์ชันการแจกแจงแบบล็อก ($\log X_i \sim N(0, 1)$) ทั้งสิ้น 1,000 ชุด แต่ละชุดมีขนาด n ตัวอย่าง จงคำนวณค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง ทั้ง 1,000 ชุดและแสดงเป็นกราฟแจกแจงความถี่ (Histogram) เมื่อกำหนดให้ขนาดตัวอย่างมีค่าเป็น 1, 50, 100 และ 1,000 ตัวอย่าง