

School of Sciences  
The University of the Thai Chamber of Commerce  
Program: Master in Financial Mathematics  
Subject: SM512 Statistical Theory  
Semester: First Academic Year: 2019  
Problem Set 12

---

1) กำหนดให้  $X$  เป็นตัวแปรสุ่มที่การแจกแจงแบบ Poisson ซึ่งมีฟังก์ชันความน่าจะเป็นเท่ากับ

$$f(x|\lambda) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \quad \text{สำหรับ } x = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

ถ้ากำหนดให้ มีตัวแปรสุ่มทั้งหมด  $n$  ตัวอย่าง  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  จงหา

(a) ฟังก์ชันลอการิธึมของความเป็นไปได้ (log-likelihood function) ของปัญหานี้

(b) ค่าประมาณด้วยวิธีความเป็นไปได้สูงสุด (MLE) ของพารามิเตอร์  $\lambda$  ( $\hat{\lambda}_{MLE}$ )

2) กำหนดให้  $X$  เป็นตัวแปรสุ่มที่การแจกแจงแบบ Uniform ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นเท่ากับ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{สำหรับ } a \leq x \leq b, \\ 0, & \text{สำหรับกรณีอื่น} \end{cases}$$

(a) จงหาโมเมนต์จากประชากร (population moments) อันดับที่ 1 และ 2 ของตัวแปรสุ่ม  $X$

(b) ถ้ากำหนดให้ โมเมนต์จากกลุ่มตัวอย่าง (sample moments) อันดับที่ 1 และ 2 คือ  $M_1, M_2$  จงหาค่าประมาณด้วยวิธีโมเมนต์ (MM estimators) สำหรับพารามิเตอร์  $a$  และ  $b$  ( $\hat{a}_{MM}, \hat{b}_{MM}$ )

3) จากข้อมูลใน "Hw10\_dataset.csv" มีรายละเอียดข้อมูลของกองทุนดังนี้

- คอลัมน์ที่1 คือ วันที่ทำการซื้อขายกองทุน ตั้งแต่วันที่ 2/1/2014 จนถึง 31/10/2018
- คอลัมน์ที่2 คือ ผลตอบแทนรวมสุทธิรายวันของกองทุน ABAG

ให้นักศึกษาใช้ข้อมูลดังกล่าวเพื่อตอบคำถามต่อไปนี้

(a) จงหาค่าคาดหมาย (Mean), ความแปรปรวน (Variance) ของผลตอบแทนรวมสุทธิรายวันของกองทุน ABAG ในปี 2014 จนถึงปี 2018

- (b) กำหนดให้การแจกแจงอัตราผลตอบแทนรวมสุทธิต่อรายวันของกองทุน ABAG เป็นการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าความคาดหมายและความแปรปรวนที่มาจากข้อ 3a จงคำนวณค่าของฟังก์ชันการวัดความเป็นไปได้ (log-likelihood function) ของปัญหานี้
- (c) จงสุ่มตัวอย่างจากข้อมูลผลตอบแทนรวมสุทธิต่อรายวันของกองทุน ABAG ในปี 2014 จนถึงปี 2018 มาทั้งสิ้น 600 ตัวอย่าง แล้ว หาค่าความคาดหมายและความแปรปรวนของตัวอย่างในแต่ละครั้งซึ่งมีทั้งสิ้น 1000 ครั้ง ( Bootstrapping ) พร้อมทั้งวาดกราฟ histogram ของพารามิเตอร์เหล่านี้